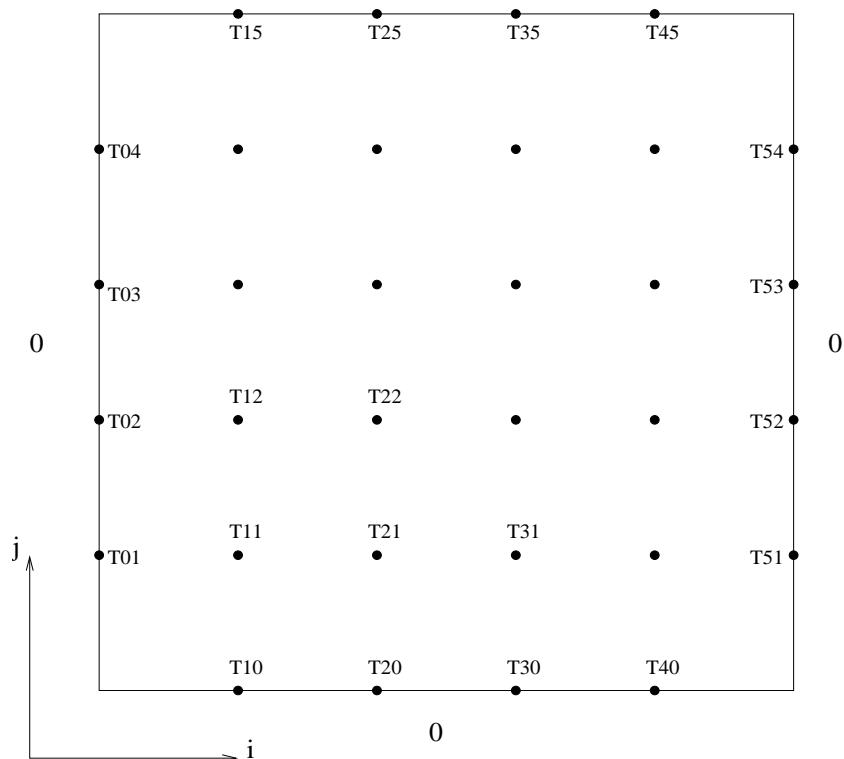


Frysefælden

Stig Skelboe

19. maj 2006



Figur 1: Diskretisering

I denne opgave arbejdes med en simpel model af temperaturforholdene i frysefælden. Temperaturfordelingen beskrives ved Laplace's ligning,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, \quad x, y \in [0, 1]$$

som løses med den simple diskretisering,

$$4T_{ij} - T_{i+1,j} - T_{i-1,j} - T_{i,j+1} - T_{i,j-1} = 0 \quad \text{for } 0 < i < N, \quad 0 < j < N$$

På figur 1 vises fælden med en diskretisering svarende til $N = 5$ og de tilhørende randbetingelser på tre sider.

På oversiden, som skal fange RoadRunner'en, benyttes den såkaldte Neumann randbetingelse, $\partial T / \partial y = \Delta$ for $y = 1$.

Den generelle diskretisering modificeres langs de fire rande under hensynstagen til at $T_{i,0} = 0$, $T_{0,j} = 0$ og $T_{N,j} = 0$.

For den øverste rand benyttes $T_{i,N} - T_{i,N-1} = \Delta/N$. Diskretiseringen med disse randbetingelser kan udtrykkes ved følgende system af lineære ligninger, som med fordel kan løsen med Gauss-Seidels iterative metode.

$$\left[\begin{array}{ccccccccc} 4 & -1 & & -1 & & & & & \\ -1 & 4 & -1 & & -1 & & & & \\ & -1 & 4 & -1 & & -1 & & & \\ & & -1 & 3 & & -1 & & & \\ -1 & & & 4 & -1 & & -1 & & \\ -1 & & & -1 & 4 & -1 & & -1 & \\ -1 & & & & -1 & 4 & -1 & & -1 \\ -1 & & & & & -1 & 3 & & -1 \\ & & & & & & -1 & 4 & -1 \\ & & & & & & -1 & -1 & 4 & -1 \\ & & & & & & & -1 & 4 & -1 \\ & & & & & & & & -1 & 3 \\ & & & & & & & & & -1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} T_{11} \\ T_{12} \\ T_{13} \\ T_{14} \\ T_{21} \\ T_{22} \\ T_{23} \\ T_{24} \\ T_{31} \\ T_{32} \\ T_{33} \\ T_{34} \\ T_{41} \\ T_{42} \\ T_{43} \\ T_{44} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta/N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta/N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta/N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta/N \end{array} \right]$$

Figur 2: Den diskretiserede Laplace ligning

Ved beregningerne kan der benyttes en værdi $\Delta \approx 600$ og en værdi af N som er til strækkelig stor til at det giver mening at regne parallelt.