

DATV: Introduktion til optimering og operationsanalyse

Sensitivity Analysis

David Pisinger, *Projekt opgave 1*, blok 2, DIKU, 2007-08

Dette er den første obligatoriske projektopgave på kurset “DATV: Introduktion til optimering og operationsanalyse”. Opgaven skal afleveres senest 5. december 2007 kl. 12.00 i DIKU’s studieadministration. Besvarelsen skal udarbejdes i grupper på to til tre deltagere. Grupper med kun en deltager kræver accept fra instruktoren. For at blive godkendt skal der være gjort et reelt forsøg på at løse samtlige spørgsmål. Der bør vises tilstrækkeligt med mellemregninger til at løsningsmetoden kan følges — det er ikke tilstrækkeligt at få en LP-løser til at udskrive facit. Beskrivelse af metoden er vigtigere end resultatet.

Indledning

En virksomhed kan producere fire produkter, som betegnes P_1, P_2, P_3 og P_4 . Hvert produkt skal forarbejdes på to værksteder. Forarbejdningstiden (i timer per enhed produceret) er givet ved følgende tabel

	P_1	P_2	P_3	P_4
Værksted 1	3	4	8	6
Værksted 2	6	2	5	8

400 timer arbejdstid er tilgængelige i hvert værksted. Profitterne er 4, 6, 10 og 9 kr per enhed af P_1, P_2, P_3 og P_4 . Alt hvad der produceres kan blive solgt. Vi lader x_i angive mængden af produkt P_i , der skal produceres.

Opgave 1 Opskriv en LP-model for ovenstående problem på standard form. ■

Opgave 2 Omformuler LP-modellen til slack-form. ■

Opgave 3 Løs problemet med Simplex algoritmen. ■

Opgave 4 Hvor mange enheder af P_1, P_2, P_3 og P_4 skal produceres for at maximere profitten? ■

Opgave 5 Antag at 20 enheder af P_3 er blevet produceret ved en fejl. Hvad er det resulterende tab i profit? ■

I det følgende antager vi at de 20 enheder der blev produceret ved en fejl ikke længere produceres.

Opgave 6 Hvilket interval kan profitten per enhed af P_1 variere uden at ændre den optimale basis. ■

Opgave 7 Hvilket interval kan profitten per enhed af P_2 variere uden at ændre den optimale basis. ■

Opgave 8 Hvad er marginal værdien af at forøge produktions kapaciteten i værksted 1. ■

Opgave 9 I hvilket interval kan kapaciteten af værksted 1 variere uden at ændre den optimale basis. ■

Opgave 10 Ledelsen overvejer at producere et nyt produkt P_5 som kræver 2 timer forarbejdningstid i værksted 1 og 10 timer forarbejdningstid i værksted 2. Hvad er den minimale profit margin der behøves for at det kan betale sig at producere det nye produkt. ■

I det følgende antager vi at P_5 ikke produceres.

I henhold til konkurrencelovgivningen må andre virksomheder godt benytte værksted 1 og værksted 2 mod betaling. Lad u_1 betegne timeprisen for brug af værksted 1, og u_2 den tilsvarende pris for brug af værksted 2. Hvad skal u_1 og u_2 mindst være for at ingen konkurrenter kan lave produkt P_1, P_2, P_3 og P_4 billigere end vores virksomhed?

Opgave 11 Formuler problemet som et LP-problem. ■

Opgave 12 Bestem u_1 og u_2 . ■

Opgave 13 Relater den fundne løsning til opgave 3. ■

Mellem jul og nytår reduceres arbejdstiden på hvert værksted til 200 og 100 timer respektivt. Ledelsen foreslår en produktion på $x_2 = 50$ og prissætning af værkstederne på $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_2 = 1$.

Opgave 14 Brug komplementær slæk betingelsen til at kontrollere om løsningen x, u er optimal. ■

I det følgende antager vi at der igen er 400 timer arbejdstid i hvert værksted.

Virksomheden overvejer at indføre en rabatsats p på de fire produkter. Grundet produktionsomkostningerne vil det betyde at profit marginen bliver henholdsvis $(4 - p)$, $(6 - 2p)$, $(10 - 3p)$ og $(9 - 2p)$ kr per enhed af P_1, P_2, P_3 og P_4 .

Opgave 15 Bestem den optimale produktion som funktion af p . ■

Hint

I spørgsmål 15 starter man med at sætte $p = 0$, og finder basis x_B . For den fundne basis x_B løses ligningssystemet $y_{A_B} = c_B$ og vektorerne y_{A_N} og c_N sammenlignes med hinanden for at bestemme det interval p , hvor x_B forbliver optimal basis. Herefter sættes p til en smule over dette interval, og processen gentages.